



RAN-1808060201040001

M.Com. (Sem. - I) Examination November - 2025

Advanced Statistics (Paper - I)

Time: 2 Hours]

[Total Marks: 50

સૂચના : / Instructions

- (1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the above details on your answer book

Seat No.:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

પ્ર. 1 નીચેના પ્રશ્નના જવાબ આપો.

(10)

- (1) મહત્તમ વિસંભાવના આગણકની વ્યાખ્યા આપો.
- (2) એક જથ્થામાં કુલ 20 વસ્તુઓ છે. તેમાં કેટલાંક ખામીવાળા છે. જો 5 વસ્તુઓ યદચ્છ પસંદ કરીએ ત્યારે અતિગુણોત્તર વિતરણનો મધ્યક 2 છે. ખામીવાળી વસ્તુઓની સંખ્યા શોધો.
- (3) જો x_1 અને x_2 બે સ્વતંત્ર લઘુ પ્રમાણ્ય ચલો હોય તો સાબિત કરો કે, $\frac{x_1}{x_2}$ એ પણ લઘુ પ્રમાણ્ય ચલો છે.
- (4) એક પ્રમાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2 = 10)$ માંથી લીધેલ 40 કદવાળા યદચ્છ નિદર્શમાંથી $\bar{x} = 7.164$ મળેલ છે, તો સમષ્ટિ મધ્યક μ નો 95% વિશ્વસનીય અંતરાલ મેળવો.
- (5) પ્રમાણ્ય સમષ્ટિ $f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{J2\pi\sigma} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$ માટે પ્રઘાતની રીતે μ અને σ આગણકો મેળવો.

પ્ર. 2 (A) σ^2 વિચરણવાળી સમષ્ટિમાંથી લીધેલ યદચ્છ નિદર્શ $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ છે.

જો $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ હોય તો સાબિત કરો કે σ^2 નો અનભિનત આગણક s^2 છે.

(07)

(B) જો T એ θ નો અનભિનત આગણક હોય તો T^2 એ θ^2 નો ભિનત આગણક છે, પરંતુ T એ θ નો સુસંગત આગણક હોય તો T^2 પણ θ^2 નો સુસંગત આગણક છે, એમ બતાવો.

(06)

અથવા

પ્ર. 2 (A) ધારો કે, પ્રમાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી લીધેલો યદચ્છ નિદર્શ $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ છે, તો નિદર્શ મધ્યક $\bar{x}$ એ સમષ્ટિ મધ્યક μ નો પર્યાપ્ત આગણક છે, એમ બતાવો.

(07)

(B) દ્વિપદી સમષ્ટિમાંથી લીધેલો નિદર્શ મધ્યક $(\bar{x}_b)$, પોયસન સમષ્ટિમાંથી લીધેલ નિદર્શ મધ્યક $(\bar{x}_p)$ કરતાં વધુ દક્ષ હોય છે. એમ બતાવો.

(06)

- પ્ર. 3 (A) ઋણદ્વિપદી વિતરણનું પ્રધાત સર્જક વિધેય મેળવો તેમજ તેનું અનંતલક્ષી વિધેય પોયસન વિતરણને અનુલક્ષે છે, એમ બતાવો. (07)
- (B) લાપ્લાસ વિતરણનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. (06)

અથવા

- પ્ર. 3 (A) લઘુગુણકીય વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય અને મધ્યક મેળવો. (07)
- (B) કોશી વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય લખો અને તેના ચતુર્થકો મેળવો. (06)

- પ્ર. 4 (A) સંભાવના વિધેય $f(x_i; p, \theta) = \frac{\theta^p}{1^p} x^{p-1} e^{-\theta x}$, $0 < x < \infty$ માટે પ્રચલ θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણક શોધો. જ્યાં p ની કિંમત જ્ઞાત છે. (06)
- (B) અતિગુણોત્તર વિતરણનું સંભાવના વિધેય મેળવી, તેનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. (08)

અથવા

- પ્ર. 4 (A) ગુરુ નિદર્શ માટે દ્વિપદી સમષ્ટિના પ્રચલ p માટે 95% વિશ્વસનીય સીમાઓ મેળવો. (06)
- (B) લાપ્લાસ વિતરણ માટે $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ થાય છે, એમ બતાવો તેમજ લાપ્લાસ વિતરણનું પ્રધાત સર્જક વિધેય $M_x t = \frac{e^{t\theta}}{1 - t^2 \lambda^2}$ થાય છે એમ બતાવો. (08)

ENGLISH VERSION

Q. 1 Answer the following question. (10)

- (1) Define maximum likelihood estimator.
- (2) There is a total of 20 items in a lot. Some of them are defective. If 5 items are randomly selected and the mean of the hyper geometric distribution is 2, find the number of defective items.
- (3) If x_1 and x_2 are two independent log-normal variables, then prove that $\frac{x_1}{x_2}$ is also a log-normal variables.
- (4) Given that $\bar{x} = 7.164$ is obtained from a random sample of size 40 taken from a normal distribution $N(\mu, \sigma^2 = 10)$, find a 95% confidence interval for the population mean μ .
- (5) For a normal population $f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ find the estimator of μ , and σ by using method of moment.

- Q. 2 (A)** If a random sample $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ taken from a population with variance σ^2 and, if $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, then prove that, s^2 is an unbiased estimator of σ^2 . (07)
- (B)** Show that, if T is an unbiased estimator of θ , then T^2 is a biased estimator of θ^2 , but if T is a consistent estimator of θ , then T^2 is also a consistent estimator of θ^2 . (06)

OR

- Q. 2** (A) Suppose that a random sample $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ taken from the normal distribution $N(\mu, \sigma^2)$, then show that the sample mean $\bar{x}$ is a sufficient estimator of the population mean μ . (07)
- (B) Show that the sample mean $(\bar{x}_b)$ taken from a binomial population is more efficient than the sample mean $(\bar{x}_p)$ taken from a Poisson population. (06)

- Q. 3** (A) Find the moment generating function of the negative binomial distribution and show that its infinite function is follows the Poisson distribution. (07)
- (B) Find the mean and variance of the Laplace distribution. (06)

OR

- Q. 3** (A) Find the probability density function and mean of the log-normal distribution. (07)
- (B) Write the probability density function of the Cauchy distribution and find its quartiles (06)

- Q. 4** (A) Find the maximum likelihood estimator of the parameter θ for the probability function $f(x_i; p, \theta) = \frac{\theta^p}{1^p} x^{p-1} e^{-\theta x}$, $0 < x < \infty$, where the value of p is unknown. (06)
- (B) Obtain the probability function of the hyperbolic distribution, and find its mean and variance. (08)

OR

- Q. 4** (A) Obtain 95% confidence limits for the parameter p of the binomial population for the large sample. (06)
- (B) Show that $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ for the Laplace distribution and also Show that, the moment generating function of the Laplace distribution is $M_x t = \frac{e^{t\theta}}{1 - t^2 \lambda^2}$ (08)
